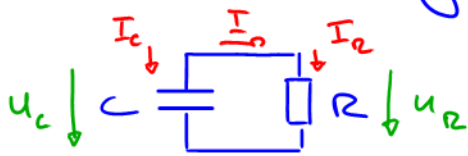


## Theorie: Entladung eines Kondensators



$$I_C = C \dot{u}_C$$

$$I_R = \frac{u_R}{R}$$

Betrachtet man die Schaltung als Parallelschaltung, so gilt:

$$u_C = u_R = u$$

$$I_C + I_R = 0$$

setzt man  $I_C = C \dot{u}$  und  $I_R = \frac{u}{R}$  ein, so ergibt sich:

$$C \cdot \dot{u} + \frac{u}{R} = 0 \quad | -\frac{u}{R}$$

$$C \cdot \dot{u} = -\frac{u}{R} \quad | : C$$

$$\dot{u} = -\frac{1}{RC} u$$

$$\boxed{\dot{u}(t) = -\frac{1}{RC} \cdot u(t)} \quad \text{Differentialgleichung (DGL) für } u(t)$$

$u(t) = u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  löst die DGL.

$$\dot{u}(t) = u_0 \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

einsetzen von  $u(t)$  und  $\dot{u}(t)$  in die DGL:

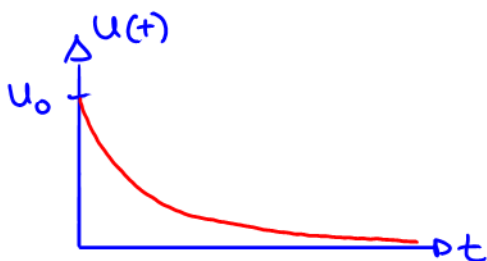
$$\dot{u}(t) = -\frac{1}{RC} \cdot u(t)$$

$$u_0 \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{1}{RC} \cdot u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad | : (-u_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) \neq 0$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \quad | ( )^{-1}$$

$$\tau = RC$$

$\Rightarrow u(t) = u_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$  ist die Lösung der DGL



## Halbwertszeit:

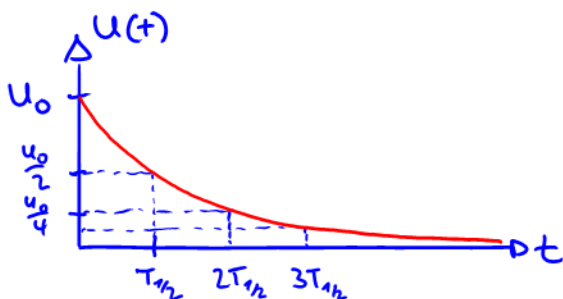
Man kann die Lösung  $u(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$   
auch folgendermaßen schreiben:

$$u(t) = U_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}$$

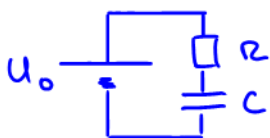
$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} &= e^{\ln\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}\right)} \\ &= e^{\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)} \\ &= e^{\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \ln(2^{-1})} \\ &= e^{-\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \ln(2)} \\ &= e^{-\frac{t}{T_{1/2} \cdot \ln(2)}} \end{aligned}$$

mit  $\tau = T_{1/2} \cdot \ln(2)$  ←

bzw.  $T_{1/2} = \tau \cdot \ln(2) = R \cdot C \cdot \ln(2)$



## Ladung eines Kondensators



Reihenschaltung:

$$U_0 = U_R + U_C$$

$$I_C = I_R = I$$

$$\Rightarrow U_R = U_0 - U_C$$

$$\Rightarrow C \dot{U}_C = \frac{U_0 - U_C}{R}$$

| : C

DGL:  $\dot{u}(t) = -\frac{1}{RC} (u(t) - U_0)$

Lösung:  $u(t) = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  mit  $\tau = RC$

